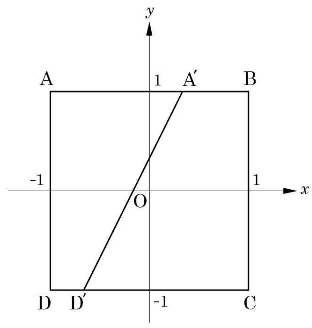
2. 2018학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[의학계 - 수학]

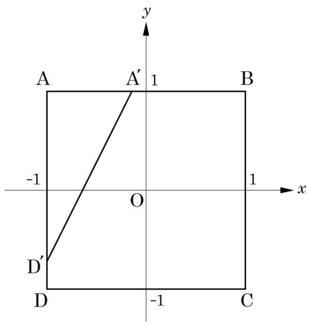
[논제 I-1]

(1) 직선 $l: y=2x+n$이 꼭짓점 $\mathrm{A}(-1,1)$과 $\mathrm{C}(1,-1)$을 지나지 않으며 그 사이에 있을 때 직선 l은 정사각형 ABCD와 두 개의 점에서 만난다. $\mathrm{A}(-1,1)$을 지날 때, $n=3$이고, $\mathrm{C}(1,-1)$을 지날 때, $n=-3$이다. y절편이 양수이므로, n의 범위는 $0<n<3$.

(2) 직선 l의 y절편이 양수이므로 직선 l이 나누는 두 도형 중 넓이가 더 크지 않은 도형은 직선 l의 윗부분에 있는 도형이다. 직선 l이 $\mathrm{D}(-1,-1)$을 지날 때, 즉 $n=1$일 때, 나누어지는 도형의 모양이 달라지므로, $0<n<1$, $1\le n<3$인 두 경우로 나눈다.



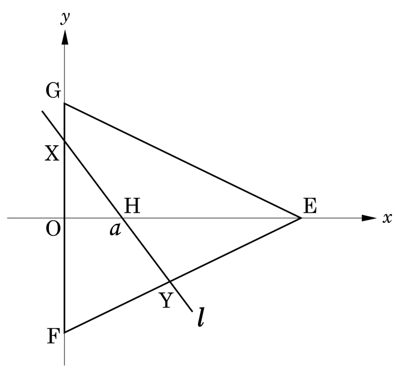
(i) $0<n<1$일 때, l이 변 AB와 만나는 점을 A', 변 DC와 만나는 점을 D'이라 하자. 점 A'은 $x=\dfrac{1-n}{2}$, 점 D'은 $x=\dfrac{-1-n}{2}$이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AA}'}=\dfrac{3-n}{2}$, $\overline{\mathrm{DD}'}=\dfrac{1-n}{2}$이고, 사다리꼴 $\mathrm{AA}'\mathrm{D}'\mathrm{D}$의 넓이는 $S=\dfrac{1}{2}\times 2\times\left(\dfrac{3-n}{2}+\dfrac{1-n}{2}\right)=2-n$이다. 정사각형 ABCD의 넓이가 4이므로, S의 비율은 $q(n)=\dfrac{2-n}{4}$이다.



(ii) $1\le n<3$일 때, l이 변 AB와 만나는 점을 A', 변 AD와 만나는 점을 D'이라 하자. $\overline{\mathrm{AA}'}=\dfrac{3-n}{2}$, $\overline{\mathrm{AD}'}=3-n$이고, 삼각형 $\mathrm{AA}'\mathrm{D}'$의 넓이는 $S=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3-n}{2}\right)\times(3-n)=\dfrac{(3-n)^2}{4}$, S의 비율은 $q(n)=\dfrac{(3-n)^2}{16}$이다.

(i), (ii)에 의하여 $q(n)=\begin{cases}\dfrac{2-n}{4} & (0<n<1)\\ \dfrac{(3-n)^2}{16} & (1\le n<3)\end{cases}$

[논제 I-2]



(1) 직선 l의 y절편을 n이라 하자. 직선 l은 선분 OG 위의 한 점을 지나므로 $0\le n\le 3$, 점 $\mathrm{H}(a,0)$을 지나므로 $y=-\dfrac{n}{a}x+n$이다. l이 선분 OG와 만나는 점을 X, 변 EF와 만나는 점을 Y라 하자. 변 EF가 $y=\dfrac{1}{2}x-3$를 만족하므로, 점 Y는 $x=\dfrac{2a(n+3)}{2n+a}$이다.

삼각형 XYF의 넓이를 S라 하자. $\overline{\mathrm{XF}}=n+3$이므로 $S=\dfrac{1}{2}\times(n+3)\times\dfrac{2a(n+3)}{2n+a}=\dfrac{a(n+3)^2}{a+2n}$이다. 삼각형 EFG의 넓이 18에 대한 S의 비율은 $q=\dfrac{a(n+3)^2}{18(a+2n)}$이다.

$\dfrac{dq}{dn}=\dfrac{a(n+3)(n+a-3)}{9(a+2n)^2}$이고 $\dfrac{dq}{dn}=0$을 풀면 $n=-3$ 또는 $n=3-a$이다. $0 \le n \le 3$이므로 $n=-3$은 제외된다. 한편 $3\sqrt{3}-3<3$이고 $0<a\le 3\sqrt{3}-3$이므로, $0<3-a<3$이다. 그래서 $\dfrac{dq}{dn}$은 $n=3-a$에서만 0이다. $\dfrac{dq}{dn}$이 $0<n<3-a$에서 음의 값을 갖고 $3-a<n<3$에서 양의 값을 가지므로, q는 $n=3-a$에서 최솟값 $\dfrac{a(6-a)}{18}$를 가지고, $n=0$ 또는 $n=3$에서 최댓값을 갖는다.

q의 값이 $n=0$에서 $\dfrac{1}{2}$이고 $n=3$에서 $\dfrac{2a}{a+6}$이므로 q의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$과 $\dfrac{2a}{a+6}$ 중 큰 수이다. $f(a)=\dfrac{2a}{a+6}-\dfrac{1}{2}$이라 할 때, $f'(a)=\dfrac{12}{(a+6)^2}>0$이므로 $f(a)$는 증가한다. $f^{-1}(a)=\dfrac{-12a-6}{2a-3}$이고 $f^{-1}(0)=2$이므로 $f(2)=0$이다. 그래서 $0<a\le 2$에서 $f(a)\le 0$, 즉 $\dfrac{2a}{a+6}\le\dfrac{1}{2}$, $2<a\le 3\sqrt{3}-3$에서 $f(a)>0$, 즉 $\dfrac{2a}{a+6}>\dfrac{1}{2}$이다. 이로부터 $0<a\le 2$와 $2<a\le 3\sqrt{3}-3$인 두 경우로 나눈다.

(i) $0<a\le 2$일 때, $\dfrac{2a}{a+6}\le\dfrac{1}{2}$이므로 q는 최댓값 $\dfrac{1}{2}$, 최솟값 $\dfrac{a(6-a)}{18}$를 가진다. 이때 비율 q가 $\dfrac{1}{2}$보다 작거나 같으므로 삼각형 XYF는 직선 l에 의하여 나누어지는 두 도형 중 넓이가 더 크지 않은 도형이다. 그래서 $T=S$, $r=q$이고, r의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$, 최솟값은 $\dfrac{a(6-a)}{18}$이다.

(ii) $2<a\le 3\sqrt{3}-3$일 때, $\dfrac{2a}{a+6}>\dfrac{1}{2}$이므로 q의 최댓값은 $\dfrac{2a}{a+6}$, 최솟값은 $\dfrac{a(6-a)}{18}$이다. 그런데, $q>\dfrac{1}{2}$이면 삼각형 XYF가 넓이가 더 큰 도형이 되어 $T=18-S$, $r=1-q$이다. 따라서 r는 $q>\dfrac{1}{2}$인지 아닌지에 따라 q 또는 $1-q$가 된다. r는 넓이가 더 크지 않은 도형의 비율이기에 $\dfrac{1}{2}$보다 클 수 없고, $n=0$일 때 $q=\dfrac{1}{2}$, 즉 $r=\dfrac{1}{2}$이므로, r의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$이다.

r의 최솟값은 q와 $1-q$의 최솟값 중 작은 값이다. $1-q$의 최솟값은 1에서 q의 최댓값을 뺀 $1-\dfrac{2a}{a+6}=\dfrac{6-a}{6+a}$이고, q의 최솟값과의 차는 $\dfrac{6-a}{6+a}-\dfrac{a(6-a)}{18}=\dfrac{(6-a)(3\sqrt{3}-3-a)(3\sqrt{3}+3+a)}{18(6+a)}$이다. 여기서, $3\sqrt{3}-3-a$, $3\sqrt{3}+3+a$, $6-a$, $6+a$ 모두 0이상이므로, $\dfrac{6-a}{6+a}-\dfrac{a(6-a)}{18}$도 0이상이다. 즉 $\dfrac{a(6-a)}{18}\le\dfrac{6-a}{6+a}$이다. 그래서 r의 최솟값은 $\dfrac{a(6-a)}{18}$이다.

(i), (ii)에 의하여 r의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$, 최솟값은 $\dfrac{a(6-a)}{18}$이다.

(2) (1)로부터 r의 범위는 $\dfrac{a(6-a)}{18}\le r\le\dfrac{1}{2}$이다. 만약 $\dfrac{1}{3}<\dfrac{a(6-a)}{18}$이면 r의 값은 $\dfrac{1}{3}$이 될 수 없다. 부등식 $\dfrac{1}{3}<\dfrac{a(6-a)}{18}$를 풀면 $3-\sqrt{3}<a$이다. 따라서 $3-\sqrt{3}<a\le 3\sqrt{3}-3$일 때, r의 값이 $\dfrac{1}{3}$이 될 수 없다.

[의학계 - 물리]

[논제Ⅱ-1]

(1) (i) P가 액체에 전혀 잠기지 않아 부력이 작용하지 않을 때, 용수철의 길이가 최대가 된다. 이때 P에 작용하는 중력과 용수철에 의한 힘이 평형을 이루므로, 힘의 평형 조건으로부터 $k(\ell_{\max}-\ell_0)=mg$ 이다. 따라서 $\ell_{\max}=\ell_0+\frac{mg}{k}$ 이다.

(ii) P가 액체에 완전히 잠겨 부력이 최대가 될 때, 용수철의 길이가 최소가 된다. 이 때 P에 작용하는 중력, 용수철에 의한 힘, 부력이 평형을 이루므로, 힘의 평형 조건으로부터 $k(\ell_{\min}-\ell_0)+S\rho gd=mg$ 이다. 따라서 $\ell_{\min}=\ell_0+\frac{mg}{k}-\frac{S\rho gd}{k}$ 이다.

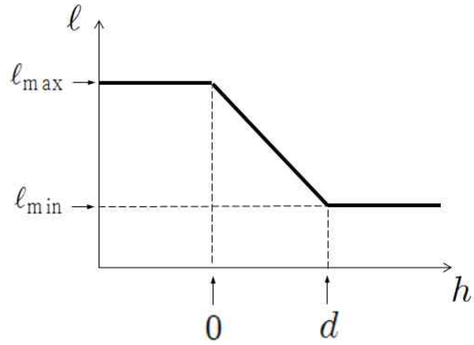
(2) $\ell_{\min}=\ell_0+\frac{mg}{k}-\frac{S\rho gd}{k}<\ell_0$ 를 만족해야 하므로, $\rho>\frac{m}{Sd}$ 이다. 따라서 P의 밀도 $\frac{m}{Sd}$이 액체의 밀도 ρ 보다 작을 때 $\ell_{\min}<\ell_0$이 된다. 한편, $\ell=\ell_0$가 되면 P에 작용하는 부력과 중력이 평형을 이룬다. 이 때 P가 잠긴 깊이를 h라고 하면 $S\rho gh=mg$ 에서 $h=\frac{m}{S\rho}$이다.

(3) (i) $h<0$ (액체 표면이 P와 닿지 않는 경우)일 때 P에 작용하는 중력과 용수철에 의한 힘이 평형을 이루므로, $\ell=\ell_{\max}=\ell_0+\frac{mg}{k}$ 로 일정하다.

(ii) $0\le h<d$ (P가 액체에 일부만 잠긴 경우)일 때 P에 작용하는 중력, 용수철에 의한 힘, 부력이 평형을 이루므로, $k(\ell-\ell_0)+S\rho gh=mg$ 에서 $\ell=\ell_0+\frac{mg}{k}-\frac{S\rho gh}{k}$ 이다.

(iii) $h\ge d$ (P가 액체에 완전히 잠긴 경우)일 때 P에 작용하는 중력, 용수철에 의한 힘, 부력이 평형을 이루므로, $\ell=\ell_{\min}=\ell_0+\frac{mg}{k}-\frac{S\rho gd}{k}$ 로 일정하다.

이 결과를 그래프로 그리면 우측과 같다.



[논제Ⅱ-2]

(1) Q, R가 액체에 부분적으로 잠겨 있고 Q, R는 평형 상태에 있으므로, $k(\ell_1-\ell_0)=mg-S\rho gh_1$ 과 $2k(\ell_2-\ell_0)=mg-2S\rho gh_2$ 이다. 따라서 A가 끝 점 E에 작용하는 힘 F_1은

$F_1=mg-S\rho gh_1=mg\left(1-\frac{S\rho d}{m}\frac{h_1}{d}\right)=mg\left(1-\frac{2h_1}{d}\right)$, B가 끝 점 F에 작용하는 힘 F_2는

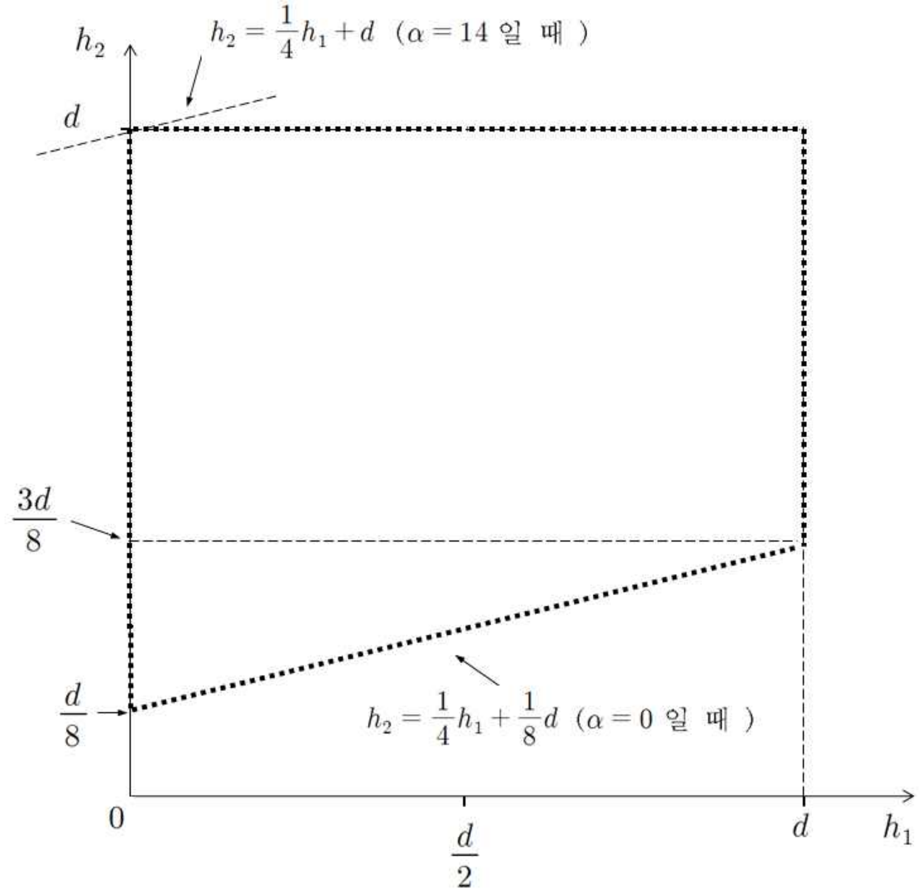
$F_2=mg-2S\rho gh_2=mg\left(1-\frac{4h_2}{d}\right)$ 이다. 막대의 무게 중심의 위치는 O에서 오른쪽으로 $\frac{L}{2}$만큼 떨어진 위치이므로, O를 중심으로 하는 막대의 돌림힘 평형 조건식은

$mg\left(1-\frac{2h_1}{d}\right)=\frac{1}{2}\alpha mg+2mg\left(1-\frac{4h_2}{d}\right)$ 이며, 이로부터 $h_2=\frac{1}{4}h_1+d\left(\frac{\alpha}{16}+\frac{1}{8}\right)$ · · · (1)

이다. 따라서 $0<h_1<d, 0<h_2<d$ 범위 안에 식(1)을 만족시키는 (h_1,h_2)가 존재하기 위한 α의 범위를 구하면 된다. 한편 $\alpha=0$일 때 $h_2=\frac{1}{4}h_1+\frac{1}{8}d$ 이고 이 직선은 $0<h_1<d,\ 0<h_2<d$ 에 존재하며, α를 증가시킴에 따라 식(1)을 만족하는 h_1,h_2의 값들이

점점 커지다가 $\alpha = 14$ 일 때 $h_2 = \frac{1}{4}h_1 + d$ 이 되면서 $0 < h_1 < d,\ 0 < h_2 < d$ 의 경계에 도달한다. 따라서 $0 < \alpha < 14$ 에서만 평형 상태를 만족하는 $h_1,\ h_2$ 가 존재한다.

(2) 위에서 구한 $0 < \alpha < 14$ 로부터 $h_2 = \frac{1}{4}h_1 + \frac{1}{8}d$ 와 $h_2 = \frac{1}{4}h_1 + d$ 사이에 있는 영역과 $0 < h_1 < d,\ 0 < h_2 < d$ 영역의 공통된 부분이 h_1, h_2 가 존재할 수 있는 영역이다. 이를 표시하면 아래 그림에서 굵은 점선으로 표시한 부분과 같다. 특히 $h_1 = h_2$ 조건이 추가되면 식(1)은 $h_1 = h_2 = d\left(\frac{\alpha}{12} + \frac{1}{6}\right)$ 이 되고, $h_1 < d, h_2 < d$ 조건으로부터 $\alpha < 10$ 이며, 문제의 조건에서 $\alpha > 0$ 이므로 $0 < \alpha < 10$ 이다.



[의학계 - 화학]

[논제 II-1]

(1) (14점)

각 전극에서 일어나는 반쪽 반응은 아래와 같다.
(+)극 : $2Cl^-(aq) \rightarrow Cl_2(g)$ + $2e^-$
(−)극 : M^{2+}(또는 Cu^{2+})(aq) + $2e^-$ → M(또는 Cu)(s)
따라서 완성된 화학 반응식은 아래와 같다.
M^{2+}(또는 Cu^{2+})(aq) + $2Cl^-(aq)$ → M(또는 Cu)(s) + $Cl_2(g)$

2.0 A의 전류를 32분 간 흘려주었으므로 전하량은 $2.0\ \mathrm{A} \times 32\text{분} \times \dfrac{60\text{초}}{1\text{분}} = 3840\ \mathrm{C}$이다.

전자 하나의 전하량은 1.6×10^{-19} C이므로 흘려준 전자의 개수는 $3840\ \mathrm{C} \times \dfrac{1\ e^-}{1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}} = 2.4\times10^{22}$ 개이다. 아보가드로수는 6.0×10^{23}이므로 사용된 전자의 몰수는 $\dfrac{2.4\times10^{22}\ \text{개}}{6.0\times10^{23}\ \text{개/몰}} = 0.04$몰이고 M^{2+}(또는 Cu^{2+}) 1몰을 환원시키는 데에 전자 2몰이 사용되므로 석출된 금속 M(또는 Cu)의 몰수는 0.02몰이다. 석출된 금속 M(또는 Cu)의 질량이 1.272 g이므로 금속 M(또는 Cu)의 원자량은 $\dfrac{1.272}{0.02} = 63.6$이다.

(2) (6점)
(+)극에서 발생하는 기체는 Cl^-의 산화에 의한 염소(Cl_2) 기체이다. 석출된 금속 M(또는 Cu)과 생성된 염소 기체의 몰수 비는 1 : 1이므로 [M^{2+}(또는 Cu^{2+})과 Cl^-의 몰수 비는 1 : 2이고 M^{2+}(또는 Cu^{2+}) 1몰을 환원시키는 데에 전자 2몰이 사용되므로] 0.02몰의 염소 기체가 발생한다. 0℃, 1기압에서 기체 1몰의 부피는 22.4 L이므로 발생한 염소 기체의 부피는 $\dfrac{22.4\ \mathrm{L}}{1\text{몰}} \times 0.02\text{몰} = 0.448\ \mathrm{L}$이다.

[논제 II-2]

(1) (7점)
2주기 원소의 수소 화합물은 LiH, BeH_2, BH_3, CH_4, NH_3, H_2O, HF가 있다.
이들 분자 중 옥텟 규칙을 만족하며 비공유 전자쌍을 가지는 극성 분자는 HF, NH_3, H_2O이 있다.
따라서 이온화 에너지 크기 순서 F > N > O와 극성 분자의 종류로부터 A, B, C 원자는 각각 F, N, O임을 알 수 있다. 따라서 AH_x, BH_y, CH_z는 각각 HF, NH_3, H_2O이다.
각 분자의 분자 구조는 HF는 이원자 분자이므로 직선형,
NH_3는 중심 원자 N에 비공유 전자쌍 1개와 3개의 공유 결합으로 이루어져 있으므로 삼각뿔
H_2O은 중심 원자 O에 비공유 전자쌍 2개와 2개의 공유 결합으로 이루어져 있으므로 굽은 형이다.

(2) (13점)

혼합 전 HCl(aq)에 존재하는 단위 부피당 Cl^- 수를 x, KOH(aq)에 존재하는 단위 부피당 K^+ 수를 y라 두면

(가) 용액에서 전체 이온 수는

$10x + 30y + |10x - 30y| = 120k$

$30y > 10x$ 인 경우, $60y = 120k$이므로 $y = 2k$

따라서 혼합 전 단위 부피당 K^+ 수 = OH^- 수 = $2k$ 개/mL

(여기서, $10x > 30y$ 인 경우 (나), (다)용액에서 전체 이온 수가 증가해야 하므로 성립하지 않음)

(다) 용액에서 전체 이온 수는

$30x + 5y + |30x - 5y| = 30k$

$30x > 5y$인 경우, $60x = 30k$이므로 $x = 0.5k$

따라서 혼합 전 단위 부피당 H^+ 수 = Cl^- 수 = $0.5k$ 개/mL

(여기서, $30x < 5y$ 인 경우 $10y = 30k$ 이므로 $y = 3k$이 되어 성립하지 않음)

(나) 용액에서 전체 이온 수는

$20x + V_1 y + |20x - V_1 y| = 20 \times 0.5k + V_1 \times 2k + |20 \times 0.5k - V_1 \times 2k| = 40k$

따라서 V_1 = 10 mL

(나) 용액에 존재하는 Cl^-, K^+ 수는 각각

Cl^- 수 = $20 \times 0.5k = 10k$

K^+ 수 = $10 \times 2k = 20k$

그리고 중화 반응 후 용액에 남아 있는 OH^- 수는

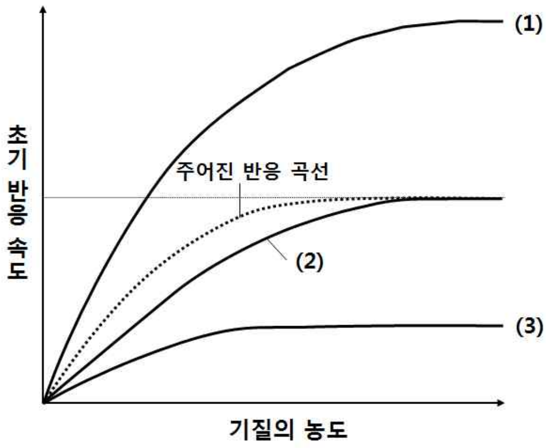
OH^- 수 = $10 \times 2k - 20 \times 0.5k = 10k$가 된다.

따라서 용액은 염기성으로 페놀프탈레인 지시약을 넣으면 용액의 색은 붉은색이 된다.

[의학계 - 생명과학]

[논제 II-1]

(1) 기질의 농도가 일정 수준에 이르면 초기 반응 속도가 더 이상 증가하지 않고 일정해진다. 이는 모든 효소가 기질과 결합하여 포화 상태에 이르렀기 때문이다. 효소의 양이 2배로 증가하면 초기 반응 속도가 증가하고 모든 효소가 포화되는 기질의 농도도 증가한다. (2) 경쟁적 저해제는 효소의 활성 부위에 기질과 경쟁적으로 결합한다. 따라서 기질의 농도가 낮을 때는 저해 효과가 크지만 기질의 농도가 충분히 높아지면 저해 효과가 사라진다. (3) 비경쟁적 저해제는 효소의 활성 부위가 아닌 다른 부분에 결합하므로 기질의 농도가 높아도 저해 효과가 사라지지 않는다.



[논제 II-2]

대립 유전자 A의 빈도가 0.9이므로 a의 빈도는 0.1이다. 대립 유전자 B의 빈도를 p라 하면 b의 빈도는 (1-p)이다. 이 집단이 멘델 집단이므로 하디-바인베르크의 수식을 만족한다. 유전병은 유전자형이 aa, AaBb, Aabb인 3가지 경우에 나타나며 각각의 빈도는 다음과 같다.

1) 유전자형이 aa인 빈도는 $0.1 \times 0.1 = 0.01$이다.

2) 유전자형이 AaBb인 빈도는 $\{2 \times 0.9 \times 0.1\} \times \{2 \times p \times (1-p)\} = 0.18 \times \{2 \times p \times (1-p)\}$이다.

3) 유전자형이 Aabb인 빈도는 $\{2 \times 0.9 \times 0.1\} \times (1-p)^2 = 0.18 \times (1-p)^2$이다.

10,000명 중 748명이 유전병을 앓고 있으므로 다음 수식을 만족한다.

$10{,}000 \times [0.01 + 0.18 \times \{2 \times p \times (1-p) + (1-p)^2\}] = 748$

이 수식을 풀면 $p^2 = 0.64$이므로 유전자형이 BB인 사람의 수는 $10{,}000 \times 0.64 = 6{,}400$명이다.

[논제 II-3]

①은 타이로신을 지정하는 코돈의 세 번째 염기로서 C와 U의 2개의 변이가 가능하다. 트립토판을 지정하는 코돈은 UGG 한 개뿐이므로 ②는 G만 가능하다. ③은 류신을 지정하는 코돈의 세 번째 염기로서 U, C, A, G의 4개의 변이가 가능하다. 따라서 ③에서 염기 변이가 가장 많이 나타날 수 있다.

[논제 II-4]

(1) 1998년 조사에서 지역 ㉮와 ㉯에서는 종수가 모두 5종이고 총 개체수는 100개체로 동일하다. 그러나 종별 개체수가 ㉮는 20개체로 균등하지만 ㉯는 균등하지 않다. 따라서 제시문 [사]에 제시된 종 다양성의 정의에 따르면 종 다양성은 ㉮가 ㉯보다 높다. (2) 2017년 조사

에서 ㉮는 5종 100개체, ㉯는 2종 100개체로 1998년에 비해 ㉮는 종수가 동일하고 종별 개체수의 변화도 적으나 ㉯는 종수가 2종으로 감소하여 종 다양성이 감소하였다. ㉯에서 종 다양성 감소를 일으킬 수 있는 인간 활동에는 서식지 변화(파괴, 고립화, 단편화), 남획, 외래종의 도입 등이 있다.